

Loogiline programmeerimine

Loeng 2.1: Sissejuhatus loogikasse

Loogika aine ja põhimõisted

▶ Loogika aine

- LOOGIKA on teadus mõtlemise vormidest ja reeglitest.
- Mõtlemise vormid: *abstraktne, kujundiline, inspiratiivne*
- Loogika uurib abstraktset mõtlemist, mõtlemis–reegleid ja nende rakendamist faktidele (mõtlemise grammatika).
- *Aristoteles*: "Loogika on väitluse struktuuri uuriv teadus"
- !!! *Väidete loogiline tõestamine* on nende tõesuse näitamine kasutades loogika reegleid ja teisi (varem tõestatud või postuleeritult) tõeseid väiteid.

Loogika aine ja põhimõisted

- ▶ Abstraktse mõtlemise mehhanismid:
 - Deduktsioon
 - Induktsioon
 - Abduktsioon
 - Arutlemine analoogia põhjal

Mõtlemise mehhanismid: *deduktsioon*

Üldistest reeglitest ja konkreetsetest faktidest lähtudes uute faktide järeldamine

Näide:

Eeldused:

Üldine reegel: *Kõik inimesed on surelikud*

Fakt: *Sokrates on inimene*

Järeldus: *Sokrates on surelik*

Mõtlemise mehhanismid: *induktsioon*

Üksikute teadmiste baasil üldistuste (sh reeglite) tuletamine

Näide:

Fakt1: Sokrates oli inimene ja suri.

Fakt2: Aristoteles oli inimene ja suri.

Fakt3: Platoon oli inimene ja suri.

...

Järeldus: Kõik inimesed on surelikud.

Ajalugu:

Carnap – *formal system of inductive logic*

David Hume – “*future could not induced from the past*”

K.R.Popper – “*is the principle of induction provable?*”

Matemaatilise induktsiooni meetodid: complete induction, well-founded induction, structural induction, ...

Mõtlemise mehhanismid: *abduktsioon*

“Tagantjärele” seletamine (Pierce, Levesque, 1989)

▶ Järeldamisskeem

- Olgu teada, et
 - väitest A järeldub B
 - B kehtivus on ratsionaalselt põhjendatav
- Järeldus:
 - Siis peab olema põhjendatav ka väite A kehtivus

▶ Näide:

- Kui oled ilma vihmavarjuta õues, teeb vihm sind märjaks.
- Septembris sajab tihti.
- Mati tuleb sageli jalgsi töölt koju.
- Nägin Matit märjana koju jõudmas (on september).
- Järeldus: väljas sajab.

▶ Rakendused

- Nähtustele seletuse otsimine suurtest andmekogudest (“big data” analüüs)

Mõtlemise mehhanismid: *arutlemine analoogia põhjal*

- ▶ Omaduste ülekandmine objektide sarnasuse põhjal:
- ▶ Järeldusskeem:
 - Eeldused (e. teada olevad faktid):
 - Kui objektil A on atribuudid a, b, c ja d
 - Ja objektil B on atribuudid a, b, c
 - Järeldus :
 - Siis on tõepärane, et ka objektil B on atribuut d .
- ▶ Näide:
 - Eeldused
 - Varblasel on suled, tiivad ja ta lendab.
 - Pingviinil on suled ja tiivad.
 - Järeldus
 - Pingviin ka lendab.

Alusmõisteid loogikast: loogika keel

- ▶ Lause
- ▶ Term
- ▶ Lausevorm
- ▶ Levinumad loogikavead

Alusmõisteid loogikast: *lause* (*proposition*)

- ▶ Lause esitab teadmist, mis võib olla tõene või väär.
- ▶ Näited:
 - *Väljas sajab vihma*
 - *5 on algarv*
- ▶ Lauseid tähistame lauseloogikas *lausemuutujatega*:
 - A – väljas sajab vihma*
 - B – 5 on algarv*
- ▶ Liitlause
 - Väljas sajab vihma ja 5 on algarv – $A \wedge B$*

Alusmõisteid loogikast: Term (1)

- ▶ Term tähistab objekti, mis sisaldub väites
- ▶ Term omab tõeväärtusest erinevat väärtust: täisarv, nimi, kaardimast jne
- ▶ Termide defineerimine:
 1. Defineerimine üldise tüübi ja kitsendava(te) omadus(t)e kaudu:
 - Näide:
 - *Koolilapsed on lapsed, kes kannavad koolivormi* (kontingentne tingimus).
 - *Koolilapsed on lapsed, kes käivad koolis* (tarvilik tingimus).
 - Definiitsioonis ei tohi kasutada defineeritavat termi (ringdefiniitsioon e. tautoloogia)
 - Näide:
 - *Koolilapsed on koolilapsed vanuses kuuest kaheksateistkümne aastani.*
 - **!!Tautoloogia** on lause, mis on alati tõene!!

Alusmõisteid loogikast: Term (2)

2. Rekursiivne definitsioon

Uus termi eksemplar defineeritakse varem defineeritud eksemplaride kaudu, kuid teatud regulaarse modifikatsiooniga.

Näide: Naturaalarvude hulk

- 1 on esimene naturaalarv (rekursiooni baas)
- n -nda naturaalarvu saame, kui $(n - 1)$ -le naturaalarvule liita 1 (rekursiooni samm).

3. Definitsioonis tuleb vältida topelt eitust ja võimaluse korral ka eitust.

Näide: *Aumes ei ole ebaaus*

4. Ostensiivne definitsioon (osutamise, loetlemise teel).

Näide: *Peeter, Aili ja Paul on koolilapsed*

5. Defineerimine analoogia kaudu, millele on lisatud eristav tingimus.

Näide: *Tudengid on nagu kooliõpilased, ainult nendest vanemad.*

Alusmõisteid loogikast: Lausevormid (tüüplaused)

1. Kateooriline lause

- Kuulutab fakti kehtivaks või mittekehtivaks.
- Esineb traditsiooniliselt *subjekt-predikaat* vormis:
 - *subjekt* – objekt, mille kohta midagi väidetakse
 - *predikaat* – subjekti omadus, mille kehtivust väidetakse
- Näide: *Jumal on surematu*

2. Hüpoteetiline lause

- Väite kehtivus sõltub teatud tingimustest
- Näide: *Kui päike paistab, lähen jalutama*
 - "*Kui päike paistab*" – eeltingimus e. andetsedent
 - "*lähen jalutama*" – järeldus e. konsekvent

3. Disjunktiivne lause

- Väljendab alternatiivi
- Näide 1 (välistav e. range disjunktsioon) : *Kell 3 olen poes või koolis*
- Näide 2 (mittevälistav e. nõrk disjunktsioon): *Ta kirjutab või helistab mulle*

4. Dilemma

- Väljendab olukorda, kus ükski alternatiividest ei rahulda lauses antud tingimust.
- Näide:
Õhtul kaua õppides olen homme liiga unine, et sooritada eksamit, kuid vara magama minnes ei tea ma piisavalt, et sooritada eksamit.

Loomuliku keele kasutuses esinevaid loogikavigu

1. Ekvivooksus – sama termi kasutatakse erinevates tähendustes
Näide: *Palk, tee, loogika, projekt, kapp, ...*
2. Üldise reegli kasutamine sobimatul erijuhul
Näide: *Söömine on eluks vajalik, sellepärast ka mürgi söömine on eluks vajalik.*
3. Konteksti vahetus argumenteerimise käigus
Näide (Saksa–Kreeka dialoog rahanduskriisi ajal):
 - *S: "Kuna teie majandussüsteem on korruptiivne, siis me vähendame majandusabi ja investeringuid".*
 - *K: "Kuna te põhjustasite II maailmasõjas Kreekale kahjusid, olete kohustatud suurendama fin. abi".*
4. Nõutakse jah/ei tüüpi vastust küsimusele, millele ei saa nii vastata
Näide: *Kas te olete juba oma hommikusest viskijoomisest loobunud?*
5. Küsimuse tähendus ja vastus oleneb kontekstist
Näide: *Arst medõelt: "Kas X-ga on kõik korras?"*
Kuningas timukalt: "Kas X-ga on kõik korras?"

2. Lausearvutus

2.1. Teadmiste ja arutluse formaliseerimine lausearvutuse keeles

- ▶ Väited koosnevad lihtlausetest, mis on omavahel seotud loogika seoste ehk tehetegega (ja; või; ei; kui ..., siis ..., jne).
- ▶ Lausearvutuse seoste korral määravad osalausete tõeväärtused täielikult kogu lause tõeväärtuse, osalausete konkreetne sisu ei ole aga tähtis.
- ▶ Lausearvutuse tehteks nimetatakse niisugust lausetes kasutatavat seost, mille tõeväärtus on tema osalausete tõeväärtuste funktsioon (*Boole'i funktsioon*).
- ▶ Näide:
 - *Ats õpib või Ats vaatab telerit*
 - *Ats õpib ja Ats vaatab telerit*
 - *Ats ei õpi*

Lausearvutus (I)

Lausearvutuse tehe on defineeritud *tõeväärtustabeliga* (Boole'i funktsiooni graafik).

Tõeväärtused: *Tõene* – $T, 1$ (*true*)
 Väär – $F, 0$ (*false*)

- Eitus ehk negatsioon (*negation*) “ \neg ”

p	$\neg p$
T	F
F	T

- Konjunktsioon ehk “loogiline ja” (*conjunction*) “*and*”, “ $\&$ ”, “ \wedge ”

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Lausearvutus (2)

- Disjunksioon ehk “loogiline või” (*disjunction*) “or”, “ \vee ”

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

xor?

- Implikatsioon ehk “kui ... siis” (*implication*) “ \rightarrow ”, “ \Rightarrow ”, “ \supset ”, “*if... then...*”

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Lausearvutus (3)

- Ekvivalents ehk “siis ja ainult siis kui” ehk “parajasti siis kui” “ \Leftrightarrow ”

Ristkülik on ruut \Leftrightarrow ristküliku kõik küljed on võrdsed

\equiv - ekvivalents

\sim - sarnasus

\leftrightarrow

\Leftrightarrow - vastastikune jäeldumine
iff – (if and only if)

<u>p</u>	<u>q</u>	<u>$p \equiv q$</u>
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

2.2 Lausearvutuse keel: süntaks

- **Tähestik**

- Lausemuutujate sümbolid: A, B, C, \dots
- Loogiliste tehete sümbolid: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
- Kirjavahemärgid: $()$

- **Süntaks** (induktiivselt)

1. Atomaarne valem e . aatom koosneb ainult ühest lausemuutujast. Iga atomaarne valem on valem (s.h. ka loogika konstandid T ja F).
2. Kui p on lausearvutuse valem, siis $\neg p$ on lausearvutuse valem.
3. Kui p ja q on lausearvutuse valemid, siis $p \wedge q, p \vee q, p \rightarrow q, p \leftrightarrow q$ on lausearvutuse valemid.
4. Muid lausearvutuse valemeid ei ole.

2.2 Lausearvutuse keel: semantika

- **Semantika** (valemi tõeväärtuse määratlus tema alamvalemite tõeväärtuste põhjal)

Olgu p ja q lausearvutuse valemid.

1. Iga lausemutuuja väärtuseks on kas tõeväärtus *tõene* (T) või *väär* (F).

2. Valem $\neg p$ on tõene *parajasti siis, kui* p on väär.

3. Valem $p \wedge q$ on tõene *parajasti siis, kui* p ja q on mõlemad tõesed.
 $p \vee q$ on tõene *parajasti siis, kui* vähemalt üks valemitest p ja q on tõene
 $p \rightarrow q$ on tõene *parajasti siis, kui* p on väär või q on tõene.
 $p \leftrightarrow q$ on tõene *parajasti siis, kui* p ja q tõeväärtused on samad

!! Süntakiliselt $A \neq \neg \neg A$!

2.2 Lausearvutuse keel: näiteid

- Tautoloogia, kontradiktsioon ja kontingentne lause
- *Loogiliselt tõene* valem e. *tautoloogia* on kõigil lausemutuujate väärtustel tõene.
Näide: $A \leftrightarrow \neg\neg A$
- *Loogiliselt väär* valem e. *kontradiktsioon* on kõigil lausemutuuja väärtustel väär.
Näide: $A \wedge \neg A$
- Ülejäänud valemeid nimetatakse *kontingentseteks*.
Näide: $A \vee B$
- Valemit, mis on mingil lausemutuujate väärtusel tõene, nimetatakse *kehtestatavaks*.

Lisalugemist:

T.Tamme, T.Tammet, R.Prank. *Loogika, mõtlemisest tõestamiseni*. Tartu Ülikooli kirjastus. 1997.

T.Tamme. *Loogilise programmeerimise meetod*. Tartu 2003