

Harjutused 4. Pinuautomaadid.

Meeldetuletus.

Oma olemuselt on pinuautomaat lõplik mittedeterministlik automaat koos pinuga (magasiniga). See tähendab, et meil on samad neli komponenti nagu lõplikul automaadil (seisundite hulk, üleminekufunktsioon, algseisund, lõppseisundite hulk), aga lisaks veel magasinmälu (st. viimasena sisse pandud objekt on esimesena kättesaadav, ja allpool olevaid sümboleid ei saa me kätte muidu, kui pealmisi eest välja võttes).

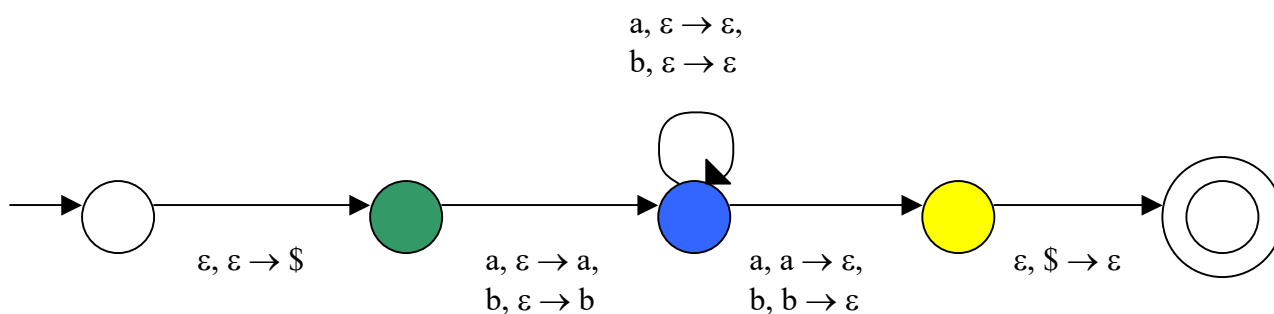
Pinuautomaat alustab algolekust tühja magasiniga. Sõna aktsepteeritakse siis, kui seda lugedes on võimalik jõuda lõppolekusse (ühele sõnale võib vastata mitu teed) ning magasin saab seejuures tühjaks (\$ on magasinini põhja sümbol).

Ülesanded.

Leida pinuautomaat, mis aktsepteerib keele L . ($\Sigma = \{a,b\}$)

1. $L = \{w \mid w \text{ algab ja lõpeb sama sümboliga}\}$.

Pinuautomaat saab sümboleid meeles pidada magasinini panemisega. Kuna tahame meeles pidada ainult ühe sümboli, on see ühekordne tegevus (minnes rohelisest seisundist sinisesse). Sõna sisendis lugedes ei tea me, kas oleme jõudnud viimase sümbolini, aga sellest ei ole midagi, sest teeme sellise automaadi, kus on võimalik õigel hetkel magasinis olev sümbol välja võtta (minnes sinisest seisundist kollasesse).

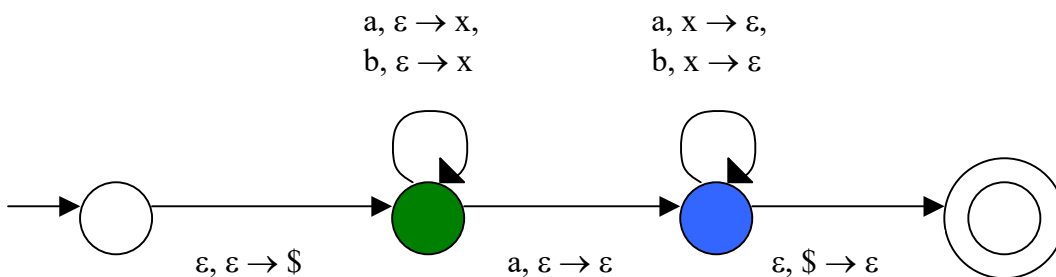


Kõik vahepealsed sümbolid saame lugeda silmusega sinises seisundis, ja kuna nende kohta midagi meeles pidada pole vaja, ei pea me ka magasinini midagi panama ega sealt välja võtma.

NB! Mõtelge, mis juhtuks, kui koondaksime rohelise, sinise ja kollase seisundi üheks seisundiks. Milliseid sõnu automaat siis aktsepteeriks?

2. $L = \{w \mid w \text{ pikkus on paaritu ja keskmine sümbol on } a\}$.

Sõna paaritu pikkus tähendab seda, et võime sõna jagada kaheks ühepikkuseks osaks, mida eraldab üks sümbol a . Meil oleks vaja esimese poole sümbolid magasinini panna, lugeda ära keskmine sümbol, ja sõna teises pooles võtta iga sisendist loetud sümboli kohta magasinist üks sümbol välja. Kui sümbolid lõpevad sisendist ja magasinist ühekorraga, võimegi olla kindlad, et neid oli ühepalju.



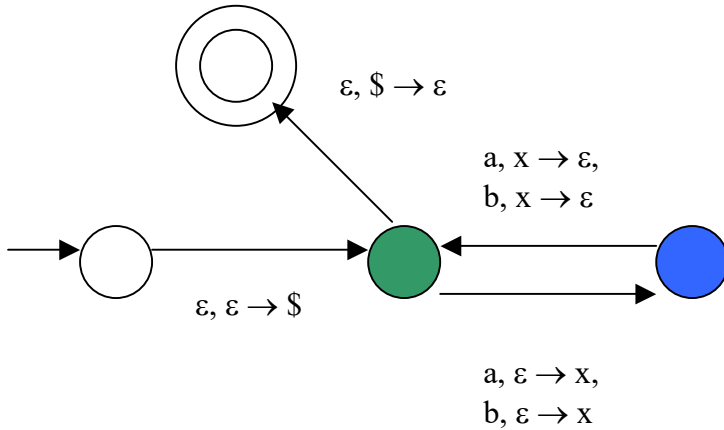
Siin rohelises seisundis lisatakse magasinini iga sisendsümboli kohta üks x (sest meil pole vaja tegelikult teada, mis tähega oli tegu) – see on sõna esimese poole lugemine. Sinises seisundis aga võetakse iga sisendsümboli kohta üks x magasinist välja – see on sõna teine pool.

Teise võimalusena vaata järgmise ülesande lahendust – analoogselt saaks lahendada ka praeguse ülesande.

NB! Milliseid sõnu aktsepteeriks automaat, kui koondaksime rohelise ja sinise seisundi üheks seisundiks?

3. $L = \{w \mid w \text{ pikkus on paarisarv}\}$.

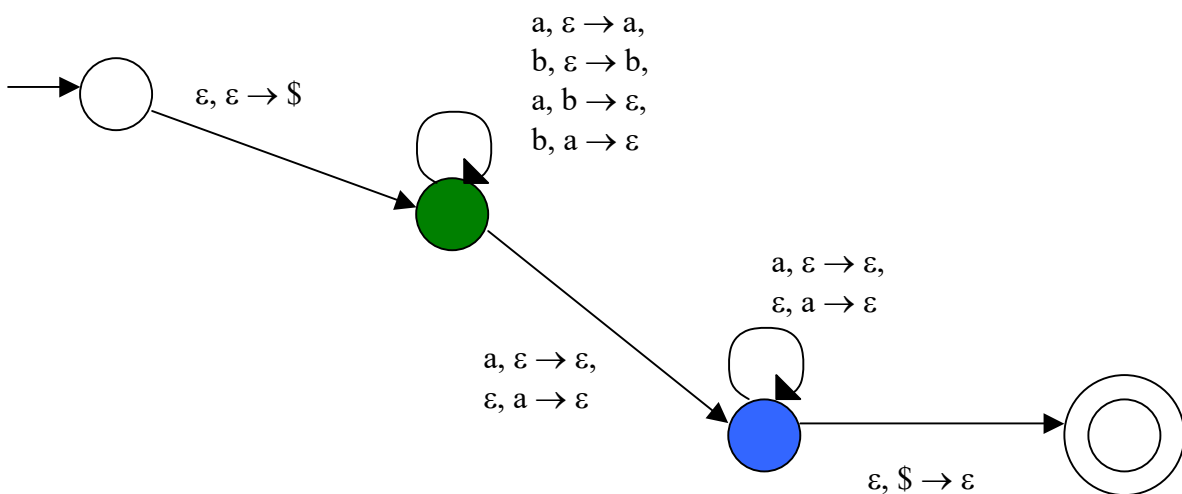
Seda ülesannet võiks lahendada analoogselt eelmisega, asendades ülemineku rohelisest seisundist sinisesse üleminekinguga $\epsilon, \epsilon \rightarrow \epsilon$. Aga samuti sobib selline lahendus, et loeme sümboleid lihtsalt paarikaupa, esimese paneme magasinini ja järgmisega võtame selle sealt jälle välja.



NB! Milliseid sõnu automaat aktsepteeriks, kui koondaksime rohelise ja sinise üheks seisundiks? (Täpselt samu.)

4. $L = \{w \mid a\text{-sid on rohkem kui } b\text{-sid}\}$.

Esimene mõte selle ülesande lahendamiseks võiks olla, et paneme üht sorti tähed (nt b) magasinini ja teistega loeme neid sealt välja (iga a lugemisel võtame ühe b välja). Nii lihtne see siiski ei ole, sest sisendis võivad tähed olla ka meile ebasoodsas järjekorras (nt. Kõik a-d on sõna alguses ja meil ei ole magasinis ühtki b-d – ei saa võrrelda). Sellepärast lubame magasinini panna mõlemaid ja paarikaupa välja visata, kui sisendis ja magasinis on parasjagu erinevad sümbolid.

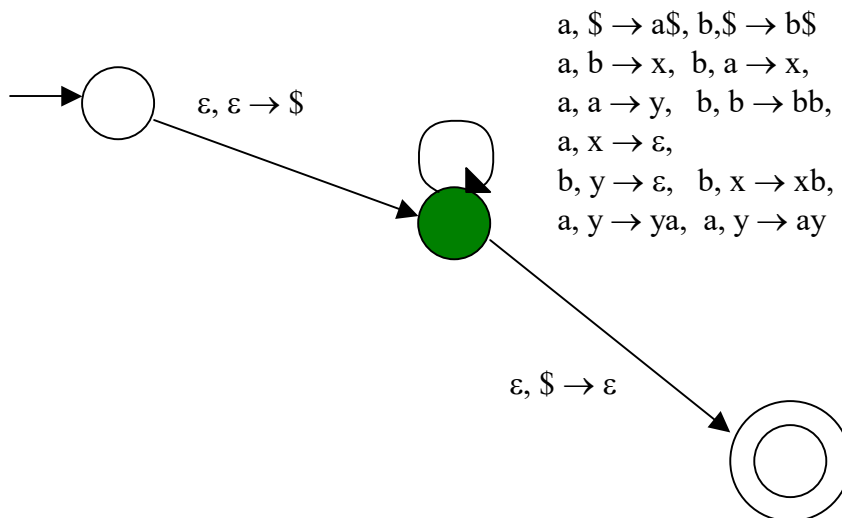


Rohelises seisundis olles saame a-de ja b-de arvu võrrelda, lugedes korruga ühe sisendist ja ühe magasinist (3. ja 4. üleminek). Muudes olukordades paneme sisendi sümbolid lihtsalt magasinini (1. ja 2. üleminek). Siin tasub tähele panna, et kui jälgime õiget teed, siis on korruga magasinis ainult üht sorti tähti (kas ainult a-d või ainult b-d, sest niipea kui leiame paari a,b, kasutame 3. või 4. üleminekut).

Kuna meie keel oli selline, et a-sid on sõnas rohkem kui b-sid, peab meil mingil hetkel tekkima olukord, kus kõik b-d on loetud ja magasinis pole ka enam ühtki, küll aga peab olema kuskil veel vähemalt üks (või rohkem) a. Nende lugemiseks (kas sisendist või magasinist) on meil vaja sinist seisundit.

5. $L = \{w \mid \text{a-sid on kaks korda rohkem kui b-sid ehk } |w|_a = 2|w|_b\}$

See ülesanne sarnaneb eelmisega, ainult et nüüd oleks meil vaja kokku saada komplekt (a,a,b) (ükskõik millises järjekorras). Raskus on selles, et sisendist lugeda ja magasinist välja võtta saab korruga ühe sümboli, aga meil on vaja saada kokku kolm.



Selleks võtame appi kaks lisasümbolit magasinini jaoks: x (a ja b) ja y(kaks a-d).

6. $L = \{ (a+b)^n (ac)^m d^k \mid n,m,k \geq 0, m < k \}, \Sigma = \{a,b,c,d\}.$

Jaotame sõna kolme ossa. Esimeses osas on sisendis sümbolid a ja b (suvalises järjekorras ja kuitahes palju). Nende lugemiseks kasutame rohelist seisundit ja kuna meil pole vaja nende kohta midagi meeles pidada, magasinini me midagi ei pane. Tühjad üleminekud rohelisest sinisesse ja sinisest kollasesse märgivad järgmise sõnaosa juurde asumist.

Tsükkel sinine-punane võimaldab meil lugeda (ac) –sid. Kuna peame nende arvu võrdlema d-de arvuga, paneme iga kord, kui oleme lugenud ac, magasinis selle tähistamiseks x. Kuna meie automaadi poolt aktsepteeritavates sõnades peab d-sid olema rohkem, siis peab iga sõnas oleva d kohta leiduma magasinis üks x ja lõpuks peab vähemalt üks d olema veel (selle tagamiseks on üleminek kollasest roosasse).

